

نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت زمان کل: ۱۲۰ دقیقه	
نوبت اول ۱۴۰۲			

ردیف	سؤالات	نمره
۱	ثابت کنید: حاصل ضرب دو عدد متوالی زوج است.	۲
۲	آیا از رابطه $a b \pm c$ ، همواره می توان نتیجه گرفت $a c$ یا $b c$ ؟	۱
۳	اگر a و b دو عدد حقیقی باشند، با استفاده از اثبات بازگشتی ثابت کنید: $2a^2 + b^2 + 1 \geq 2(a - b)$	۱/۵
۴	اگر $a \neq 0$ عددی صحیح و دو عدد $(7m + 6)$ و $(6m + 5)$ بر a بخش پذیر باشند، ثابت کنید $a = \pm 1$.	۱/۵

نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت زمان کل: ۱۲۰ دقیقه	
		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۵	اگر p عددی اول باشد و $a \in \mathbb{Z}$ و p/a ثابت کنید: $(p, a) = 1$.	۱/۵
۶	اگر در یک تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه هر دو بر عدد صحیح n بخش پذیر باشند، ثابت کنید باقی مانده تقسیم نیز همواره بر n بخش پذیر است.	۱/۵
۷	همه اعداد صحیح را بیابید که سه برابر آنها منهای ۱۳، بر ۷ بخش پذیر باشد.	۲
۸	باقی مانده تقسیم $A = 1! + 2! + 3! + \dots + 500!$ را بر ۱۰ به دست آورید.	۲

نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: ریاضیات گسسته		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		مدت زمان کل: ۱۲۰ دقیقه	
		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۹	باقی مانده تقسیم 2500 بر 13 را به دست آورید.	۲
۱۰	یک گراف 3 - منتظم از مرتبه 7 رسم کنید.	۱
۱۱	گراف ساده $G = (V, E)$ گرافی 3 - منتظم است. با افزودن 6 یال به یال‌های این گراف، گرافی کامل به دست می‌آید. الف) ویژگی گراف G را مشخص کنید. (مرتبه و اندازه) ب) این گراف را رسم کنید.	۲

نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: ریاضیات گسسته	رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع:	مدت زمان کل: ۱۲۰ دقیقه
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	<p>گراف G با مجموعه رأس های $V(G) = \{a, b, c, d, e, f\}$ و مجموعه یال های $E(G) = \{ab, ac, cd, ef, db, cf, be\}$ مفروض است. آن را رسم کنید و به موارد زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) مرتبه و اندازه گراف G را بنویسید.</p> <p>ب) درجه رأس های گراف G را مشخص کنید.</p> <p>پ) کدام رأس های گراف G با رأس f مجاورند؟</p> <p>ت) مجموع درجات رئوس این گراف برابر چند است؟</p>	۲
	موفق باشید	جمع نمرات
		۲۰

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲	
رشته: ریاضی فیزیک		نوبت اول ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۱	<p>ابتدا نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ را رسم و سپس به کمک آن نمودار تابع $y = \sqrt{\frac{-x}{2}}$ را رسم کنید.</p> <p> $y = \sqrt{x}$ (۰ / ۲۵) $y = \sqrt{\frac{x}{2}}$ (۰ / ۲۵) $y = \sqrt{\frac{-x}{2}}$ (۰ / ۵) </p>	۱	
۲	<p>اگر باقی مانده چندجمله‌ای $P(x) = x^3 + 2x^2 - ax + b$ بر $x-1$ و $x-2$ به ترتیب برابر ۳ و -5 باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.</p> <p>ابتدا ریشه‌های $x-1$ و $x-2$ را به دست آورده و در تابع چندجمله‌ای $P(x)$ قرار داده و باقی مانده آن‌ها را مساوی ۳ و -5 قرار می‌دهیم.</p> <p> $x-1=0 \Rightarrow x=1$ (۰ / ۲۵) $x-2=0 \Rightarrow x=2$ (۰ / ۲۵) </p> $\begin{cases} P(1) = 3 \\ P(2) = -5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (1)^3 + 2(1)^2 - a(1) + b = 3 \\ (2)^3 + 2(2)^2 - a(2) + b = -5 \end{cases} \quad (۰ / ۵)$ $\Rightarrow \begin{cases} 1+2-a+b=3 \\ 8+8-2a+b=-5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a+b=0 \\ -2a+b=-21 \end{cases} \quad (۰ / ۵)$ <p> $-a = -21 \Rightarrow a = 21$ (۰ / ۲۵) $-a + b = 0 \Rightarrow -21 + b = 0 \Rightarrow b = 21$ (۰ / ۲۵) </p> <p>$P(x) = x^3 + 2x^2 - 21x + 21$</p> <p>پس داریم که:</p>	۲	
۱/۵	<p>نمودار تابع $f(x) = 2x + x^2$ را رسم کنید و مشخص کنید در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه‌ای نزولی است.</p> <p>$f(x) = 2x + x^2 = (x+1)^2 - 1$</p> <p> $y_1 = x^2$ (۰ / ۲۵) $y_2 = (x+1)^2$ (۰ / ۲۵) </p> <p> $y_3 = (x+1)^2 - 1$ (۰ / ۲۵) $f(x) = (x+1)^2 - 1$ (۰ / ۲۵) </p> <p> $(-\infty, -2) \leftarrow$ نزولی (۰ / ۲۵) $(-1, 0) \leftarrow$ نزولی (۰ / ۲۵) </p> <p> $(-2, -1) \leftarrow$ صعودی (۰ / ۲۵) $(0, +\infty) \leftarrow$ صعودی (۰ / ۲۵) </p>	۳	

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲	
رشته: ریاضی فیزیک		نوبت اول ۱۴۰۲	
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره	
۴	<p>نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}, & x \geq 0 \\ -\sqrt{-x}, & x < 0 \end{cases}$ را رسم کنید و مشخص کنید آیا این تابع یکنوا است؟</p> <p>در نتیجه چون تابع همه جا صعودی است، پس یکنواست.</p>	۱	
۵	<p>جاهای خالی را با کلمه مناسب کامل کنید.</p> <p>الف) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = kf(x)$ از نمودار $y = f(x)$ حاصل می‌شود. (انبساط عمودی - انقباض افقی)</p> <p>ب) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از نمودار $y = f(x)$ در راستای محور xها به دست می‌آید. (انقباض افقی - انقباض عمودی)</p>	۰/۵	
۶	<p>چند جمله‌ای $x^6 - 1$ را بر حسب عامل $x - 1$ تجزیه کنید.</p>	۱	$x^6 - 1 = (x - 1)(x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ <p>(۰/۲۵) (۰/۷۵)</p>
۷	<p>دوره تناوب تابع $y = 8 \cos\left(\frac{x}{3}\right)$ را محاسبه کنید.</p> <p>می‌دانیم که دوره تناوب تابع $y = b \cos ax + c$ برابر است با: $T = \frac{2\pi}{ a }$ بنابراین:</p>	۰/۵	$T = \frac{2\pi}{ a } = \frac{2\pi}{ \frac{1}{3} } = 6\pi$ (۰/۲۵)
۸	<p>معادله مثلثاتی مقابل را حل کنید.</p>	۲	$2 \sin^2 x = 3 \cos x$ $2 \sin^2 x = 3 \cos x$ $\Rightarrow 2(1 - \cos^2 x) = 3 \cos x \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow 2 \cos^2 x + 3 \cos x - 2 = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \cos x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ $\Delta = b^2 - 4ac = (3)^2 - 4(2)(-2) = 9 + 16 = 25 \Rightarrow \Delta = 25 \quad (۰/۲۵)$ $\cos x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{2(2)} = \frac{-3 \pm 5}{4} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} \text{ ق ق } (۰/۲۵) \\ -2 \text{ غ ق } (۰/۲۵) \end{cases}$ $\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}, \quad k \in \mathbb{Z} \quad (۰/۵)$

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
رشته: ریاضی فیزیک		نوبت اول ۱۴۰۲
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	<p>اگر $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ و α در ناحیه اول باشد، حاصل $\tan 2\alpha$ را به دست آورید.</p> <p>(۰/۲۵)</p> $\sin \alpha = \frac{3}{5} \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \sin^2 \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25}$ $\Rightarrow \cos^2 \alpha = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5} \xrightarrow{\alpha \text{ ناحیه اول}} \cos \alpha = \frac{4}{5} \quad (۰/۲۵)$ $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\frac{3}{5}}{\frac{4}{5}} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{3}{4} \quad (۰/۲۵)$ $\tan 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} = \frac{2 \times (\frac{3}{4})}{1 - (\frac{3}{4})^2} = \frac{\frac{3}{2}}{\frac{7}{16}} \Rightarrow \tan 2\alpha = \frac{24}{7}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۹
۲	<p>حاصل عبارت زیر را به دست آورید.</p> $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ <p>(۰/۲۵)</p> $\frac{\sin 2\alpha}{1 + \cos 2\alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{2 \sin \alpha \cos \alpha}{2 \cos^2 \alpha} \times \frac{\cos \alpha}{1 + \cos \alpha}$ <p>(۰/۲۵)</p> $= \frac{\cancel{\sin \alpha} \cancel{\cos^2 \alpha}}{\cancel{\cos^2 \alpha} (1 + \cos \alpha)} = \frac{\sin \alpha}{1 + \cos \alpha} = \frac{\cancel{\sin \frac{\alpha}{2}} \cos \frac{\alpha}{2}}{\cancel{\cos^2 \frac{\alpha}{2}} \frac{2 \cos \frac{\alpha}{2}}{2}} = \frac{\sin \frac{\alpha}{2}}{\cos \frac{\alpha}{2}} = \tan \frac{\alpha}{2}$ <p>(۰/۵) (۰/۵) (۰/۵)</p>	۱۰
۱/۵	<p>ثابت کنید.</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\Delta + x^2}}{x^2} = +\infty$ $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{\Delta + x^2}}{x^2} = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{\sqrt{\Delta + x^2}}{x^2} \\ \lim_{x \rightarrow \infty^-} \frac{\sqrt{\Delta + x^2}}{x^2} \end{cases} \quad (۰/۲۵)$ $= \begin{cases} \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{ x }{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{\infty^+} = +\infty \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow \infty^-} \frac{ x }{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty^-} \frac{-x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow \infty^-} \frac{-1}{x} = \frac{-1}{\infty^-} = +\infty \quad (۰/۲۵) \end{cases}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱۱

پس حد تابع برابر $+\infty$ است. (۰/۲۵)

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: حسابان ۲
رشته: ریاضی فیزیک		نوبت اول ۱۴۰۲
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۲/۵	<p>حدود زیر را محاسبه کنید.</p> <p>الف) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{x} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{2x+1}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{x^2+1}-x}{2x+1} \stackrel{\text{هم‌ارزی}}{=} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{ x -x}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-x-x}{2x+1} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-2x}{2x+1} = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+2}{x^2+4x+4}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x+2}{x^2+4x+4} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{(x+2)}{(x+2)^2} = \lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{1}{x+2} = \frac{1}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)</p>	۱۲
۱	<p>$\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{5-[x]}{x-6}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 6^-} \frac{5-[x]}{x-6} = \frac{5-[6^-]}{6^- - 6} = \frac{5-5}{0^-} = \frac{0}{0^-} = 0$ (۰/۲۵)</p>	۱۳
۲	<p>مجانبات‌های قائم تابع $f(x) = \frac{x^2+x}{x^2-x}$ را به دست آورید. ریشه‌های مخرج را به دست می‌آوریم:</p> <p>$y \rightarrow \pm \infty \Rightarrow x^2 - x = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>$\Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=1 \end{cases}$ (۰/۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2+x}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x-1)} = \frac{1}{-1} = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>پس $x=0$ مجانب نیست. (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2+x}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x-1)} = \frac{2}{0^+} = +\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{x^2+x}{x^2-x} = \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\cancel{x}(x+1)}{\cancel{x}(x-1)} = \frac{2}{0^-} = -\infty$ (۰/۲۵)</p> <p>پس $x=1$ مجانب قائم است. (۰/۲۵)</p>	۱۴
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید