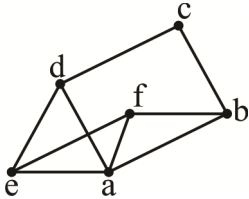


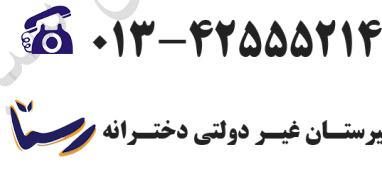
تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۱/۷۵	<p>جاهای خالی را پر کنید.</p> <p>الف -</p> $\begin{cases} a b \Rightarrow b = \dots q_1 \\ b c \Rightarrow c = b q_2 \end{cases}; c = b q_2 \Rightarrow c = \dots q_2 \xrightarrow{q_1 q_2 = q} c = a q \Rightarrow \dots c$ <p>ب- اگر $ac \equiv bc \pmod{m}$ و $(c, m) = d$ آنگاه</p> <p>ج- در گراف با مرتبه p و اندازه q حاصل $\deg_G(v_i) + \deg_G(v_j)$ برابر با است.</p> <p>د- $([a, b], b) \times [a, (a, b)] = \dots$</p>	
۲/۵	<p>هریک از گزاره‌های زیر را اثبات یا با مثال نقض رد کنید.</p> <p>الف- اگر تابع f در $x = a$ پیوسته ولی تابع g در $x = a$ ناپیوسته باشد، در این صورت تابع $f + g$ در $x = a$ ناپیوسته است.</p> <p>ب- معادله همبهنشتی $ax \equiv b \pmod{m}$ همواره دارای جواب است.</p> <p>ج- اگر G یک گراف با مرتبه p و اندازه q باشد و بدانیم $v = \{v_1, v_2, v_3, \dots, v_p\}$ در این صورت $\sum_{i=1}^p \deg v_i = 2q$</p>	
۱/۵	ثابت کنید مجموع مربعات سه عدد حقیقی از مجموع حاصل ضرب‌های دوبه‌دوی آن‌ها کمتر نیست.	۳
۱/۵	اگر a عددی اول و بزرگ‌تر از ۳ باشد ثابت کنید $(a^2 - 1)$ بر ۱۲ بخش پذیر است.	۴
۱/۷۵	هرگاه $5 3a + 2$ در این صورت مجموع عددهای دو رقمی a را بیابید؟	۵
۱/۵	اگر $d = (a + 5, a^2 + 3a - 3)$ ثابت کنید $d = 1$ یا $d = 7$.	۶
۱/۵	در تقسیم عدد طبیعی m بر عدد طبیعی n خارج قسمت ۱۷ و باقی مانده ۷ است. مجموع ارقام کوچکترین عدد m را بیابید؟	۷
۱/۵	اگر باقی‌مانده تقسیم اعداد $(5 - 11a)$ و $(1 - 6a)$ بر ۹ یکسان باشند، در این صورت باقی‌مانده تقسیم $(3 - 7a)$ را بر ۹ بیابید؟	۸
۱/۷۵	اگر x و y اعداد صحیح و $8x + 7y \equiv 2 \pmod{9}$ و $x + 4y \equiv 3 \pmod{9}$ در این صورت کمترین عدد طبیعی دو رقمی برای $(x + y)$ را بیابید؟	۹
« ادامه سوالات در صفحه دوم »		

تعداد صفحات: ۲	ساعت شروع: ۱۶	رشته: ریاضی فیزیک	سوالات شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
مدت آزمون: ۱۰۰ دقیقه	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	نام و نام خانوادگی:	تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjshserv.com		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	سوالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۰	اگر چهاردهم خردادماه سالی سه شنبه باشد. در این صورت بیست و دوم بهمن همان سال چه روزی خواهد بود؟	۱
۱۱	در یک گراف ۴ - منتظم از مرتبه p و اندازه q ، اندازه گراف از ۷ برابر مرتبه آن، ۲۵ واحد کمتر است. نمودار این گراف را رسم کنید.	۱/۲۵
۱۲	در گراف کامل K_p ، رابطه $k_p + 10 = q - \delta + 4\Delta + p$ برقرار است. حداکثر طول مسیر بین دو رأس متمایز در این گراف را بیابید؟	۱/۲۵
۱۳	گراف زیر را در نظر بگیرید و موارد خواسته شده را بیابید؟ الف - $N_G(a)$ ب - $N_G[f]$ ج - یک دور به طول ۵ در این گراف بنویسید. د - مکمل این گراف چند یال دارد؟	۱/۲۵
		
	جمع نمره	۲۰
	«موفق و سربلند باشید»	



Www. Rastaschool.com

لنگرود: بلوار عبدالکریمی، روبه روی پلیس ۱۰+، دبیرستان غیر دولتی دخترانه

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) $a b \rightarrow b = aq_1$ ب) $b c \rightarrow c = bq_2, c = bq_2 \Rightarrow c = aq_1q_2 \xrightarrow{q_1q_2=q} c = aq \rightarrow q c$ (۰/۷۵) ج) $ac \equiv bc, (c, m) = d \Rightarrow a \equiv b \pmod{\frac{m}{d}}$ (۰/۲۵) د) $\deg_G(V_i) + \deg_{\overline{G}}(V_i) = \deg_{k_p}(V_i) = p-1$ (۰/۲۵) ه) $([a, b], b) \times [a, (a, b)] = ab $ (۰/۵)	۱/۷۵
---	---	------

۲	الف) برهان خلف فرض خلف: فرض کنیم $f+g$ در $x=a$ پیوسته است. چون f هم در $x=a$ پیوسته است؛ بنابراین $(f+g)-f=g$ در $x=a$ پیوسته است. پس g در $x=a$ پیوسته است (۰/۵) و این متناقض با فرض است. در نتیجه فرض خلف باطل و حکم برقرار است. (۰/۲۵) ب) نادرست است، زیرا با فرض $a=2$ و $m=4$ و $b=1$ معادله $2x \equiv 1 \pmod{4}$ در z فاقد جواب است. (۰/۵) ج) درست است. $\sum_{i=1}^p \deg(V_i) = 2q$ اثبات: فرض کنید G یک گراف و A مجموعه رئوس فرد و B مجموعه رئوس زوج گراف G باشد در این صورت: (۰/۲۵) $\sum_{i=1}^p \deg V_i = \sum_{v \in A} \deg(v) + \sum_{v \in B} \deg(v) \quad (۰/۲۵)$ از طرفی $\sum_{i=1}^p \deg(v) = 2q$ و $\sum_{v \in B} \deg(v)$ زوج اند بنابراین $\sum_{v \in A} \deg(v)$ هم زوج است، در نتیجه تعداد رأس‌های فرد هر گراف همواره زوج است. (۰/۵)	۲/۵
---	--	-----

«ادامه در صفحه دوم»



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱/۵	$a^2 + b^2 + c^2 \geq ab + ac + bc$ $\times 2$ $\Leftrightarrow 2a^2 + 2b^2 + 2c^2 \geq 2ab + 2ac + 2bc \quad (0/5)$ $\Leftrightarrow a^2 + a^2 + b^2 + b^2 + c^2 + c^2 - 2ab - 2ac - 2bc \geq 0 \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow (a^2 + b^2 - 2ab) + (a^2 + c^2 - 2ac) + (b^2 + c^2 - 2bc) \geq 0 \quad (0/25)$ $\Leftrightarrow (a-b)^2 + (a-c)^2 + (b-c)^2 \geq 0 \quad (0/25)$ <p>چون نابرابری بدست آمده درست است. پس با برگشت روابط حکم برقرار است. (0/25)</p>	۳
۱/۵	<p>هر عدد اول بزرگتر از ۳ به صورت $a = 6p \pm 1$ (0/5) است. بنابراین داریم:</p> $a^2 - 1 = (6p \pm 1)^2 - 1 = 36p^2 \pm 12p + 1 - 1 = 12(\underbrace{3p^2 \pm p}_{k \in \mathbb{Z}}) \quad (0/5)$	۴
۱/۷۵	$5 \mid 3a + 2 \Rightarrow 3a + 2 = 5q \Rightarrow 3a = 5q - 2$ $\Rightarrow 3a = 5q - 2 + 5 - 5 = 5(\underbrace{q-1}_{q_1 \in \mathbb{Z}}) + 3 = 5q_1 + 3$ $\Rightarrow 3a = 5q_1 + 3 \quad (1) \quad (0/5)$ <p>ملاحظه می کنیم که $3a - 3 = 5q_1$ پس $3k = 5q_1$، چون ۵ مضرب ۳ نیست، بنابراین q_1 مضرب ۳ است.</p> $q_1 = 3k \quad (2) \quad (0/5)$ $\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} 3a = 5q_1 + 3 \\ q_1 = 3k \end{cases} \Rightarrow 3a = 15k + 3 \Rightarrow a = 5k + 1$ <p>در نتیجه عددهای دو رقمی a عبارت اند از:</p> $a = 5k + 1 \rightarrow a = 11, 16, 21, \dots, 91, 96 \quad (0/5)$ $n = \frac{96-11}{5} + 1 = 18 \quad S_n = \frac{18}{2} [11 + 96] = 963 \quad (0/25)$	۵
۱/۵	<p>طبق تعریف ب.م.م.</p> $\begin{cases} d \mid a + 5 \rightarrow d \mid a(a+5) \Rightarrow d \mid a^2 + 5a \quad (1) \quad (0/5) \\ d \mid a^2 + 3a - 3 \quad (2) \end{cases}$ $\xrightarrow{(1), (2)} d \mid a^2 + 5a - (a^2 + 3a - 3) \Rightarrow d \mid 2a + 3 \quad (0/5)$ $\left. \begin{array}{l} d \mid a + 5 \xrightarrow{\times 2} d \mid 2a + 10 \\ d \mid 2a + 3 \end{array} \right\} \rightarrow d \mid 7 \xrightarrow{d > 0} d = 1 \text{ یا } d = 7 \quad (0/5)$	۶
«ادامه در صفحه سوم»		

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۷	<p>طبق قضیه تقسیم داریم:</p> $a = bq + r, 0 < r < b$ $m = 17n + 7, 7 < n$ $\Rightarrow n_{\min} = 8 \quad (0/5)$ <p>از طرفی چون ۱۷ (خارج قسمت) و ۷ (باقی مانده) ثابت هستند پس کوچک ترین m به ازای $n_{\min} = 8$ به دست می آید. (۰/۵)</p> $m_{\min} = 17 \times 8 + 7 \Rightarrow m_{\min} = 143 \xrightarrow[\text{ارقام}]{\text{مجموع}} 1 + 4 + 3 = 8 \quad (0/5)$	۱/۵
---	--	-----

۸	<p>با توجه به تعریف همبستگی و این که دو عدد فوق باقی مانده تقسیم آن ها بر ۹ مساوی است داریم:</p> $11a - 5 \equiv 6a - 1 \pmod{9} \Rightarrow 5a \equiv 4 \pmod{9} \quad (0/5)$ $\xrightarrow{(5,9)=1} a \equiv -1 \pmod{9} \Rightarrow 7a - 3 \equiv 7(-1) + (-3) \pmod{9} \quad (0/25)$ $\Rightarrow 7a - 3 \equiv -10 \pmod{9} \Rightarrow \boxed{r = 8} \quad (0/25)$	۱/۵
---	--	-----

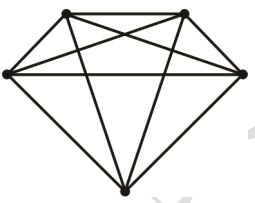
۹	$\begin{cases} 8x + 7y \equiv 2 \\ x + 4y \equiv 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -x - 2y \equiv 2 \\ x + 4y \equiv 3 \end{cases} \quad (0/25)$ $\xrightarrow{+} 2y \equiv 5 \pmod{9} \xrightarrow{(2,9)=1} y \equiv -2 \pmod{9} \quad (1) \quad (0/5)$ $x + 4y \equiv 3 \xrightarrow{(1)} x + 4(-2) \equiv 3$ $\Rightarrow x - 8 \equiv 3 \pmod{9} \Rightarrow x \equiv 11 \pmod{9} \Rightarrow x \equiv 2 \pmod{9} \quad (2) \quad (0/5)$ $\xrightarrow{(1),(2)} x + y \equiv 0 \pmod{9} \Rightarrow x + y = 9k \quad (0/25)$ $x + y \xrightarrow{k=2} x + y = 9 \times 2 = 18 \quad (0/25)$ <p>کمترین مقدار دو رقمی $x + y$</p>	۱/۷۵
---	--	------

۱	<table border="1"> <tr> <td>دوشنبه</td> <td>یکشنبه</td> <td>شنبه</td> <td>جمعه</td> <td>پنجشنبه</td> <td>چهارشنبه</td> <td>سه شنبه</td> </tr> <tr> <td>۶</td> <td>۵</td> <td>۴</td> <td>۳</td> <td>۲</td> <td>۱</td> <td>۰</td> </tr> </table>	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه شنبه	۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰	(۰/۲۵)	۱۰
	دوشنبه	یکشنبه	شنبه	جمعه	پنجشنبه	چهارشنبه	سه شنبه										
۶	۵	۴	۳	۲	۱	۰											
$17 + 31 + 31 + 31 + 30 + 30 + 30 + 30 + 22 \stackrel{?}{\equiv} ? \quad (0/5)$ $252 \stackrel{?}{\equiv} 0 \longrightarrow \text{سه شنبه ۲۲ بهمن ماه} \quad (0/25)$ <p>توجه: چون اختلاف دو تاریخ فوق مضرب ۷ است پس هر سال روز هفته رحلت امام (ره) و ۲۲ بهمن همان سال، یکسان است.</p>																	

ادامه در صفحه چهار»

تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۹/۱۸	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح شبه آزمون نهایی درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۴	پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	
شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان سازمان سنجش آموزش کشور https://www.sanjeshserv.com	دانش آموزان روزانه، بزرگسال، داوطلبان آزاد و آموزش از راه دور سراسر کشور در نوبت آذر ماه سال ۱۴۰۲	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۱	<p>می‌دانیم رابطه $pr = 2q$ در هر گراف r-منتظم از مرتبه p و اندازه q برقرار است پس داریم:</p> $r = 4$ $4p = 2q \rightarrow q = 2p \quad (0/25)$ $q = 7p - 25 \rightarrow 2p = 7p - 25 \rightarrow \begin{matrix} p = 5 \\ q = 10 \end{matrix} \quad (0/5)$	
----	--	---

۱۲	<p>می‌دانیم در گراف‌های کامل K_p همواره درجه همه رئوس باهم برابر است و داریم:</p> $4\Delta + p = q - \delta + 10$ $\delta = \Delta = p - 1, q_{K_p} = \binom{p}{2} = \frac{p(p-1)}{2} \quad (0/5)$ $4(p-1) + p + (p-1) - \binom{p}{2} = 10$ $4p - 4 + p + p - 1 - \frac{p(p-1)}{2} = 10$ $\Rightarrow 6p - 5 - \left(\frac{p^2 - p}{2}\right) = 10 \Rightarrow p^2 - 13p + 30 = 0 \rightarrow p = 10 \text{ یا } p = 3 \quad (0/5)$ <p>چون گراف K_p کامل است، حداکثر طول مسیر $(p-1)$ است. (0/25)</p>	
----	--	--

۱۳	<p>الف) $N_G(a) = \{e, d, f, b\}$ (0/25) ب) $N_G[f] = \{f, b, e, a\}$ (0/25) ج) $aedcba$ (0/25) $q_G = 9 \rightarrow q_{K_7} = \binom{7}{2} = 21 \rightarrow q_G + q_{\bar{G}} = q_{K_7}$ د) $p_G = 7 \rightarrow 9 + q_{\bar{G}} = 21$ $q_{\bar{G}} = 12$ (0/5)</p>	
----	---	--

۲۰	«موفق و پیروز باشید»	
----	----------------------	--

