

شماره داوطلبی:	نام پدر:	نام و نام خانوادگی:
مدت زمان کل: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم تجربی	سؤالات امتحان تشریحی درس: ریاضی ۳
نوبت اول ۱۴۰۲	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	درستی یا نادرستی عبارات‌های زیر را مشخص کنید. الف) تابعی اکیداً صعودی وجود دارد که یک به یک نباشد. ب) برد تابع $y = 2 \sin x - 1$ برابر $[-3, 3]$ است.	۱
۲	به پرسش‌های زیر پاسخ دهید. الف) تابع زیر را رسم کنید. $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x < -3 \\ -1 & -3 \leq x \leq 1 \\ -3x+5 & x > 1 \end{cases}$ ب) بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.	۱/۵
۳	اگر $f = \{(5, 5), (2, 2), (3, 2)\}$, $g = \{(1, 2), (3, 5)\}$ دو تابع باشند: الف) تابع $f \circ g$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید. ب) مقدار $(g \circ f)(3)$ را بیابید.	۱/۵
۴	تابع $f(x) = 2x + 1$ را با دامنه $[-3, 5]$ در نظر بگیرید. الف) دامنه تابع $f(2x)$ را مشخص کنید. ب) نمودار تابع $f(-x)$ را رسم کنید.	۱

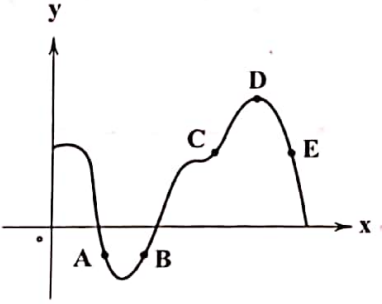
نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۵	محمد می‌خواهد یک گوشی با قیمت بیش از ۲ میلیون تومان از فروشگاه‌های بخرد. این فروشگاه به مناسبت روز دانش‌آموز، در خریدهای بیش از ۲ میلیون، ۲۵۰ هزار تومان تخفیف نقدی می‌دهد. همچنین محمد یک کارت تخفیف ۱۵ درصدی نیز برای خرید دارد. با استفاده از تابع مرکب مشخص کنید، کدام یک از راه‌های زیر به نفع محمد است؟ (الف) اول از کارت تخفیف ۱۵ درصدی و بعد تخفیف نقدی استفاده کند. (ب) اول از تخفیف نقدی و بعد کارت تخفیف استفاده کند.	۱/۷۵
۶	ثابت کنید توابع $f(x) = 2x + 5$ ، $g(x) = \frac{x-5}{2}$ وارون یکدیگرند.	۱
۷	دوره تناوب هر یک از توابع زیر را به دست آورید. (الف) $y = 5 + 2\cos\left(\frac{\pi}{4}x\right)$ (ب) $y = 2\sin\left(-\frac{1}{4}x + 4\right) - 1$	۱/۵
۸	فرض کنید α زاویه تند و $\sin\alpha = \frac{3}{5}$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.	۱/۵

نام و نام خانوادگی:		نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی		
ساعت شروع:		مدت زمان کل: ۱۳۵ دقیقه		
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲		

ردیف	سؤالات	نمره
۹	معادلات زیر را حل کنید. الف) $4 \sin^2 x - 1 = 0$ ب) $\cos 2x = \cos 3x$	۱/۵
۱۰	چند جمله‌ای $f(x) = 3x^2 + 5x^2 - 8$ را در نظر بگیرید. الف) آیا $f(x)$ بر $(x-1)$ بخش پذیر است؟ چرا؟ ب) یا انجام تقسیم، درستی ادعای خود را بررسی کنید. پ) $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل هایش بنویسید.	۱/۷۵
۱۱	حاصل حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{2 + \frac{1}{\sqrt{x}}}$	۱

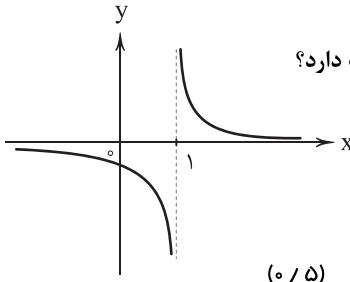
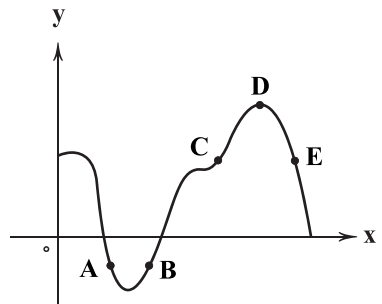
نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سوالات امتحان تشریحی درس: ریاضی ۳		رشته: علوم تجربی	ساعت شروع:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سوالات	نمره												
۱۲	الف) عبارت‌های $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید. ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟	۲												
۱۳	نقاط داده شده در منحنی را به شیب‌های نوشته شده در جدول نظیر کنید.  <table border="1" data-bbox="699 1126 1305 1254"> <tr> <td>شیب</td> <td>-۴</td> <td>-۲</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>	شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲	نقطه						۱/۲۵
شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲									
نقطه														
۱۴	اگر $f(x) = 4x^2 - x + 2$ باشد: الف) مقدار $f'(3)$ را به دست آورید. ب) معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن بنویسید.	۱/۲۵												
	موفق باشید	جمع نمرات												
	۲۰													

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳
رشته: علوم تجربی		نوبت اول ۱۴۰۲
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) تابعی اکیداً صعودی وجود دارد که یک به یک نباشد. نادرست (۰ / ۲۵)</p> <p>ب) برد تابع $y = 2\sin x - 1$ برابر $[-3, 3]$ است. نادرست (۰ / ۲۵)</p> $-1 \leq \sin x \leq 1 \xrightarrow{\times 2} -2 \leq 2\sin x \leq 2 \xrightarrow{-1} -3 \leq 2\sin x - 1 \leq 1 \Rightarrow \text{برد} = [-3, 1]$	۱
۱/۵	<p>به پرسشهای زیر پاسخ دهید.</p> <p>الف) تابع روبه‌رو را رسم کنید. در هر بازه با داشتن دو نقطه، نمودار آن قسمت رسم می‌شود.</p> $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & x < -3 \\ -1 & -3 \leq x \leq 1 \\ -3x+5 & x > 1 \end{cases}$ <p>ب) بازه‌هایی که در آنها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید. تابع در بازه $[-\infty, 1]$ صعودی (۰ / ۲۵) تابع در بازه $(1, +\infty)$ نزولی (۰ / ۲۵)</p>	۲
۱/۵	<p>اگر $f = \{(5, 5), (2, 2), (3, 3)\}$ و $g = \{(1, 2), (3, 5)\}$ دو تابع باشند:</p> <p>الف) تابع $f \circ g$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید. به ازای هر کدام از دامنه‌های ۱ و ۳ از تابع g، بررسی می‌کنیم، آیا $f \circ g(x)$ وجود دارد؟</p> $\begin{cases} x = 1 \Rightarrow f \circ g(1) = f(g(1)) = f(2) = 2 \\ x = 3 \Rightarrow f \circ g(3) = f(g(3)) = f(5) = 5 \end{cases} \Rightarrow f \circ g = \{(1, 2), (3, 5)\}$ <p>ب) مقدار $(g \circ f)(3)$ را بیابید.</p> $g \circ f(3) = g(f(3)) = g(3) = 5$	۳
۱	<p>تابع $f(x) = 2x + 1$ را با دامنه $[-3, 5]$ در نظر بگیرید.</p> <p>الف) دامنه تابع $f(2x)$ را مشخص کنید. با توجه به دامنه تابع $f(x)$، عددی که وارد تابع f می‌شود، باید در بازه $[-3, 5]$ باشد؛ پس $2x$ نیز باید این‌گونه باشد:</p> $-3 \leq 2x \leq 5 \Rightarrow -\frac{3}{2} \leq x \leq \frac{5}{2}$ <p>ب) نمودار تابع $f(-x)$ را رسم کنید.</p> $f(-x) = 2(-x) + 1 = -2x + 1$	۴

سؤالات و راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
نوبت اول ۱۴۰۲		رشته: علوم تجربی
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	<p>محمد می‌خواهد یک گوشی با قیمت بیش از ۲ میلیون تومان از فروشگاه بخرد. این فروشگاه به مناسبت روز دانش‌آموز، در خریدهای بیش از ۲ میلیون، ۲۵۰ هزار تومان تخفیف نقدی می‌دهد. هم‌چنین محمد یک کارت تخفیف ۱۵ درصدی نیز برای خرید دارد. با استفاده از تابع مرکب مشخص کنید، کدام یک از راه‌های زیر به نفع محمد است؟</p> <p>الف) اول از کارت تخفیف ۱۵ درصدی و بعد تخفیف نقدی استفاده کند.</p> <p>ب) اول از تخفیف نقدی و بعد کارت تخفیف استفاده کند.</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>تابع تخفیف نقدی به صورت $f(x) = x - 250000$ و تابع کارت تخفیف ۱۵ درصدی به صورت $g(x) = \frac{85}{100}x$ است.</p> <p>اگر از راه الف) استفاده کند، تابع خرید محمد به صورت زیر است:</p> <p>(۰/۲۵)</p> $f(g(x)) = f\left(\frac{85}{100}x\right) = \frac{85}{100}x - 250000 = \frac{85}{100}x - 250000 = \frac{85}{100}x - 250000 \quad (۰/۲۵)$ <p>و اگر از راه ب) استفاده کند، تابع خرید محمد به صورت زیر است:</p> <p>(۰/۲۵)</p> $g(f(x)) = g(x - 250000) = \frac{85}{100}(x - 250000) = \frac{85}{100}x - \frac{85}{100} \times 250000 = \frac{85}{100}x - 212500 \quad (۰/۲۵)$ <p>همان‌طور که مشاهده می‌کنید، راه الف) به نفع محمد است؛ زیرا از $\frac{85}{100}$ قیمت خرید گوشی، مقدار بیش‌تری را کم می‌کند. (۰/۲۵)</p>	۱/۷۵
۶	<p>ثابت کنید توابع $g(x) = \frac{x-5}{2}$ و $f(x) = 2x+5$ وارون یکدیگرند.</p> <p>باید ثابت کنیم ترکیب دو تابع f و g برابر تابع همانی است:</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $f \circ g(x) = f(g(x)) = f\left(\frac{x-5}{2}\right) = 2\left(\frac{x-5}{2}\right) + 5 = x \quad (x \in D_g)$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $g \circ f(x) = g(f(x)) = g(2x+5) = \frac{(2x+5)-5}{2} = x \quad (x \in D_f)$ <p>بنابراین دو تابع f و g وارون یکدیگرند.</p>	۱
۷	<p>دوره تناوب هر یک از توابع زیر را به دست آورید.</p> <p>می‌دانیم توابع $y = a \sin bx + c$ و $y = a \cos bx + c$ دارای مقدار ماکزیمم $a + c$ و مقدار مینیمم $- a + c$ و دوره تناوب $\frac{2\pi}{ b }$ است.</p> <p>الف) $y = 5 + 2 \cos \frac{\pi}{4}x$</p> <p>الف) $\frac{2\pi}{ \frac{\pi}{4} } = 8$ دوره تناوب، $3 = - 2 + 5 =$ مینیمم، $7 = 2 + 5 =$ ماکزیمم</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $y = 3 \sin\left(-\frac{1}{4}x + 4\right) - 1$</p> <p>ب) $-4 = - 3 + (-1) =$ مینیمم، $2 = 3 + (-1) =$ ماکزیمم، $\frac{2\pi}{ -\frac{1}{4} } = 4\pi$ دوره تناوب</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱/۵

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳
رشته: علوم تجربی		نوبت اول ۱۴۰۲
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	<p>فرض کنید α زاویه تند و $\sin \alpha = \frac{3}{5}$ باشد. مقدار $\sin 2\alpha$ و $\cos 2\alpha$ را محاسبه کنید.</p> <p>(۰/۲۵) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{3}{5}\right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$ $\Rightarrow \cos^2 \alpha = 1 - \frac{9}{25} = \frac{16}{25} \Rightarrow \cos \alpha = \pm \frac{4}{5}$</p> <p>(۰/۲۵) با توجه به این که α زاویه تند است؛ نتیجه می‌گیریم $\cos \alpha = +\frac{4}{5}$ است. حال کافی است در روابط زیر، مقادیر $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ را جای‌گذاری کنیم:</p> <p>(۰/۲۵) $\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha = 2\left(\frac{3}{5}\right)\left(\frac{4}{5}\right) = \frac{24}{25}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) $\cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = \left(\frac{4}{5}\right)^2 - \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{7}{25}$ (۰/۲۵)</p>	۸
۱/۵	<p>معادلات زیر را حل کنید.</p> <p>الف) $4 \sin^2 x - 1 = 0$</p> <p>$4 \sin^2 x - 1 = 0 \Rightarrow 4 \sin^2 x = 1 \Rightarrow \sin^2 x = \frac{1}{4}$</p> <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) $\Rightarrow \sin x = +\frac{1}{2}$ یا $-\frac{1}{2} \Rightarrow \sin x = \sin\left(\frac{\pi}{6}\right)$ یا $\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$</p> <p>جواب‌های کلی معادله $\sin x = \sin \alpha$ به صورت $x = 2k\pi + \alpha$ و $x = (2k+1)\pi - \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$ بنابراین:</p> <p>$2k\pi + \frac{\pi}{6}, (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6}, 2k\pi - \frac{\pi}{6}, (2k+1)\pi + \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2k\pi \pm \frac{\pi}{6}, (2k+1)\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>ب) $\cos 2x = \cos 3x$</p> <p>جواب‌های کلی معادله $\cos x = \cos \alpha$ به صورت $x = 2k\pi \pm \alpha$ است که $k \in \mathbb{Z}$ بنابراین:</p> <p>$\cos 3x = \cos 2x \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + 2x \\ 3x = 2k\pi - 2x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi \\ \Delta x = 2k\pi \end{cases} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{5}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۹
۱/۷۵	<p>چند جمله‌ای $f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 8$ را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) آیا $f(x)$ بر $(x-1)$ بخش پذیر است؟ چرا؟ می‌دانیم اگر $f(a) = 0$ باشد؛ آنگاه $f(x)$ بر $(x-a)$ بخش پذیر است.</p> <p>$f(1) = 3(1)^3 + 5(1)^2 - 8 = 0 \Rightarrow f(x)$ بر $(x-1)$ بخش پذیر است. (۰/۵)</p> <p>ب) با انجام تقسیم، درستی ادعای خود را بررسی کنید.</p> $\begin{array}{r l} & x-1 \\ 3x^3 + 5x^2 - 8 & \\ \hline -(3x^3 - 3x^2) & \\ \hline 8x^2 - 8 & \\ -(8x^2 - 8x) & \\ \hline 8x - 8 & \\ -(8x - 8) & \\ \hline 0 & \end{array}$ <p>(۰/۷۵)</p> <p>پ) $f(x)$ را به صورت حاصل ضرب عامل‌هایش بنویسید.</p> <p>$f(x) = 3x^3 + 5x^2 - 8 = (x-1)(3x^2 + 8x + 8)$ (۰/۵)</p>	۱۰

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳																									
رشته: علوم تجربی		نوبت اول ۱۴۰۲																									
ردیف	راهنمای تصحیح	نمره																									
۱۱	<p>حاصل حدهای زیر را به دست آورید.</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6} = (\text{الف})$ <p>چون مقدار صورت و مخرج به ازای $x = 2$ برابر صفرند، باید عامل $(x - 2)$ را در صورت و مخرج ظاهر کرد:</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x^2 + x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x+2}{x+3} = \frac{4}{5}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{2 + \frac{1}{\sqrt{x}}} = (\text{ب})$ <p>در حد $+\infty$، مقادیر $\frac{1}{\sqrt{x}}$ و $\frac{1}{\sqrt{x}}$ به صفر نزدیک می‌شوند:</p> $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \frac{1}{\sqrt{x}}}{2 + \frac{1}{\sqrt{x}}} = \frac{1 - 0}{2 + 0} = \frac{1}{2}$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p>	۱																									
۱۲	<p>الف) عبارتهای $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ به چه معناست؟ توضیح دهید.</p> <p>عبارت $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$ به این معناست که می‌توان مقادیرهای $f(x)$ را از هر عدد منفی دلخواهی کوچک‌تر کرد، به شرطی که x با مقادیر کوچک‌تر از ۱ به قدر کافی به ۱ نزدیک شود. (۰/۵)</p> <p>و عبارت $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$ به این معناست که می‌توان مقادیرهای $f(x)$ را از هر عدد مثبت دلخواهی بزرگ‌تر کرد، به شرطی که x با مقادیر بزرگ‌تر از ۱ به اندازه کافی به ۱ نزدیک شود. (۰/۵)</p> <p>ب) نمودار تابعی مانند f را رسم کنید که در هر دو شرط بالا صدق کند. مسئله چند جواب دارد؟</p>  <p>مسئله بی‌شمار جواب دارد. یعنی بی‌شمار نمودار متفاوت برای این مسأله می‌توان رسم کرد. (۰/۵)</p> <p style="text-align: center;">(۰/۵)</p>	۲																									
۱۳	<p>نقاط داده‌شده در منحنی را به شیب‌های نوشته شده در جدول نظیر کنید.</p> <table border="1" data-bbox="702 1579 1204 1668"> <tr> <td>شیب</td> <td>-۴</td> <td>-۲</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table>  <p>خط مماس بر منحنی در نقطه D، موازی محور Xها است؛ بنابراین شیب آن صفر است.</p> <table border="1" data-bbox="853 1758 1356 1848"> <tr> <td>شیب</td> <td>-۴</td> <td>-۲</td> <td>۰</td> <td>۱</td> <td>۲</td> </tr> <tr> <td>نقطه</td> <td>E</td> <td>A</td> <td>D</td> <td>C</td> <td>B</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> <p>شیب خط مماس بر منحنی در نقاط B و C مثبت است که با توجه به این که زاویه خط مماس در نقطه B با جهت مثبت محور Xها از زاویه در نقطه C بیشتر است، پس شیب خط B از C بیشتر است.</p> <p>شیب خط مماس بر منحنی در نقاط A و E منفی است؛ زیرا از چپ به راست به صورت سرازیری است. زاویه خط مماس در نقطه A با جهت مثبت محور Xها از زاویه خط مماس در نقطه E با جهت مثبت محور Xها بیشتر است، پس مقدار شیب خط A از E بیشتر است.</p>	شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲	نقطه						شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲	نقطه	E	A	D	C	B	۱/۲۵	
شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲																						
نقطه																											
شیب	-۴	-۲	۰	۱	۲																						
نقطه	E	A	D	C	B																						

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	سوالات و راهنمای تصحیح درس: ریاضی ۳	
رشته: علوم تجربی	نوبت اول ۱۴۰۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۷۵	<p>۱۴ اگر $f(x) = 4x^2 - x + 2$ باشد: الف) مقدار $f'(3)$ را به دست آورید.</p> <p>$f(x) = 4x^2 - x + 2 \Rightarrow f(3) = 35$ (۰/۲۵)</p> <p>$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(3+h) - f(3)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{4(3+h)^2 - (3+h) + 2 - 35}{h}$ (۰/۲۵)</p> <p>$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{36 + 24h + 4h^2 - 3 - h + 2 - 35}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{23h + 4h^2}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} (23 + 4h) = 23$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) معادله خط مماس بر منحنی f را در نقطه‌ای به طول ۳ واقع بر آن بنویسید.</p> <p>$f'(3) = 23 =$ شیب خط در نقطه‌ای به طول ۳ (۰/۲۵)</p> <p>معادله: $y - 35 = 23(x - 3) \Rightarrow y = 23x - 34$ (۰/۵)</p>	
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید



۰۱۳-۴۲۵۵۵۲۱۴

Www. Rastaschool.com

لنگرود: بلوار عبدالکریمی، روبه روی پلیس ۱۰+، دبیرستان غیر دولتی دخترانه