

نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: .....
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	اگر $\begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = A + x \begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار $A$ را به دست آورید.	۱/۵
۲	دترمینان ماتریس مقابل را به دست آورید. $A = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ -2 & 11 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$	۱/۵
۳	دو ماتریس $3 \times 3$ مانند $A$ و $B$ مثال بزنید که $A \neq \bar{O}$ و $B \neq \bar{O}$ ولی $AB = \bar{O}$ است.	۱/۵
۴	اگر $A$ ماتریس مربعی وارون پذیر باشد، ثابت کنید: $ A  \neq 0$	۱

نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: .....
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۵	اگر $A$ و $B$ ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه باشند، به صورتی که $A + B = AB$ . ثابت کنید با فرض وارون‌پذیری $A$ ، $B$ نیز وارون‌پذیر است و داریم $A^{-1} + B^{-1} = I$ .	۲
۶	روی جواب دستگاه $\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} + 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}$ بحث کرده و در صورتی که دارای جواب منحصر به فرد است، به روش ماتریس وارون آن را پیدا کنید.	۲/۲۵
۷	چند نقطه در صفحه‌ای که دو خط متقاطع $d_1$ و $d_2$ وجود دارد می‌توان یافت، که فاصله آن‌ها از خط $d_1$ و $d_2$ به ترتیب ۳ و ۴ سانتی‌متر باشد؟	۲

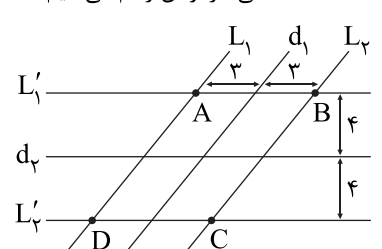
نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: .....
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲	
مدت زمان کل: ۱۲۰ دقیقه			

ردیف	سؤالات	نمره
۸	معادله قطری از دایره $x^2 + y^2 - 2y = 0$ را بنویسید که بر خط $y + x = 0$ عمود باشد.	۱/۵
۹	دو دایره به معادله‌های زیر نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟ $x^2 + y^2 = 4$ $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$	۲
۱۰	معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(0, 1)$ بوده و بر دایره $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ مماس داخل باشد.	۲/۲۵

نام و نام خانوادگی:	نام پدر:	کد ملی:	شماره داوطلبی:
سؤالات امتحان تشریحی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: .....
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		نوبت اول ۱۴۰۲	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۱	معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه $O(-2, -1)$ مرکز آن و $M(1, 1)$ یک نقطه از آن باشد.	۱
۱۲	دایره $4x^2 + 8x + 4y^2 = 2$ محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟	۱/۵
 <p>دبیرستان غیر دولتی دخترانه</p> <p>۰۱۳-۴۲۵۵۵۲۱۴ <a href="http://www.Rastaschool.com">www.Rastaschool.com</a></p> <p>لنگرود: بلوار عبدالکریمی، روبه روی پلیس ۱۰، دبیرستان غیر دولتی دخترانه</p>		
	موفق باشید	۲۰
	جمع نمرات	

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: هندسه ۳
رشته: ریاضی فیزیک		نوبت اول ۱۴۰۲
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۵	<p>اگر <math>\begin{vmatrix} 1 &amp; 2 &amp; 7 \\ 2 &amp; -1 &amp; 1 \\ x &amp; 1 &amp; 2 \end{vmatrix} = A + x \begin{vmatrix} 2 &amp; 7 \\ -1 &amp; 1 \end{vmatrix}</math> باشد، مقدار <math>A</math> را به دست آورید.</p> <p>برحسب ستون اول، دترمینان را بسط می‌دهیم:</p> $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 7 \\ 2 & -1 & 1 \\ x & 1 & 2 \end{vmatrix}$ $= 1 \times (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + 2 \times (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} + x \times (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{vmatrix}$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p> $= 1(-2-1) - 2(4-7) + x \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = 3 + x \begin{vmatrix} 2 & 7 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow A = 3 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۱
۱/۵	<p>دترمینان ماتریس مقابل را به دست آورید.</p> $A = \begin{bmatrix} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 4 & 2 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} \\ \begin{vmatrix} 1 & 5 \\ 2 & 11 \end{vmatrix} & \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 5 \end{vmatrix} \end{bmatrix}$ $A = \begin{bmatrix} 4-3 & 4+2 \\ -(11-10) & 10+3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 6 \\ -1 & 13 \end{bmatrix} \quad (۱)$ $ A  = (1)(13) - (-1)(6) = 13 + 6 = 19 \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۲
۱/۵	<p>دو ماتریس <math>3 \times 3</math> مانند <math>A</math> و <math>B</math> مثال بزنید که <math>A \neq \bar{O}</math> و <math>B \neq \bar{O}</math> ولی <math>AB = \bar{O}</math> است.</p> <p>اگر ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} 0 &amp; 1 &amp; 2 \\ 0 &amp; 0 &amp; 3 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} -1 &amp; -2 &amp; -3 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \\ 0 &amp; 0 &amp; 0 \end{bmatrix}</math> باشد، داریم:</p> $A \times B = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} -1 & -2 & -3 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} = \bar{O} \quad (۰/۵)$	۳
۱	<p>اگر <math>A</math> ماتریس مربعی وارون پذیر باشد، ثابت کنید: <math> A  \neq 0</math></p> <p>اگر <math>A</math> وارون پذیر باشد، یعنی داریم:</p> $AA^{-1} = I \Rightarrow  AA^{-1}  =  I  \Rightarrow  A   A^{-1}  = 1 \Rightarrow  A  \neq 0$ <p>(۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)</p>	۴
۲	<p>اگر <math>A</math> و <math>B</math> ماتریس‌های مربعی هم‌مرتبه باشند، به صورتی که <math>A + B = AB</math>. ثابت کنید با فرض وارون پذیری <math>A</math>، <math>B</math> نیز وارون پذیر است و داریم <math>A^{-1} + B^{-1} = I</math>.</p> <p>چون <math>A</math> وارون پذیر است، پس <math>A^{-1}</math> وجود دارد، داریم:</p> $A + B = AB \Rightarrow A^{-1}(A + B) = A^{-1}(AB) \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow A^{-1}A + A^{-1}B = (A^{-1}A)B \Rightarrow I + A^{-1}B = IB \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow I = IB - A^{-1}B \Rightarrow I = (I - A^{-1})B \quad (۰/۵)$ <p>پس <math>B</math> نیز وارون پذیر است و <math>B^{-1} = I - A^{-1}</math> است. پس <math>I = B^{-1} + A^{-1}</math> است. (۰/۵)</p>	۵

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	سوالات و راهنمای تصحیح درس: هندسه ۳
رشته: ریاضی فیزیک	نوبت اول ۱۴۰۲
نمره	راهنمای تصحیح
۲/۲۵	<p>روی جواب دستگاه <math>\begin{cases} \frac{x}{2} = \frac{y}{3} + 1 \\ \frac{x}{2} - \frac{y}{2} = \frac{5}{2} \end{cases}</math> بحث کرده و در صورتی که دارای جواب منحصر به فرد است، به روش ماتریس وارون آن را پیدا کنید.</p> $A = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{1}{3} \\ \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} \end{bmatrix} \quad (۰/۲۵)$ <p>دستگاه جواب منحصر به فرد دارد. <math>(۰/۲۵) \Rightarrow  A  = \frac{-1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{-1}{12} \neq 0 \Rightarrow</math></p> $A \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = -12 \begin{bmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix}$ $\Rightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 & -4 \\ 6 & -6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 \\ -9 \end{bmatrix}$
۲	<p>چند نقطه در صفحه‌ای که دو خط متقاطع <math>d_1</math> و <math>d_2</math> وجود دارد می‌توان یافت، که فاصله آن‌ها از خط <math>d_1</math> و <math>d_2</math> به ترتیب ۳ و ۴ سانتی متر باشد؟</p> <p>ابتدا دو خط متقاطع <math>d_1</math> و <math>d_2</math> را رسم کرده و سپس دو خط <math>L_1</math> و <math>L_2</math> را به موازات <math>d_1</math> به فاصله ۳ سانتی متر از آن رسم می‌کنیم. <math>(۰/۵)</math></p> <p>پس از آن دو خط <math>L'_1</math> و <math>L'_2</math> را موازی <math>d_2</math> و به فاصله ۴ سانتی متر از آن رسم می‌کنیم. <math>(۰/۵)</math></p>  <p>محل برخورد خط‌های <math>L_1</math> و <math>L'_1</math> با <math>L_2</math> و <math>L'_2</math> جواب مسأله است <math>(۰/۵)</math> که مطابق شکل در چهار نقطه <math>A, B, C</math> و <math>D</math> هم‌دیگر را قطع می‌کنند. <math>(۰/۵)</math></p>
۱/۵	<p>معادله قطری از دایره <math>x^2 + y^2 - 2y = 0</math> را بنویسید که بر خط <math>y + x = 0</math> عمود باشد.</p> $x^2 + (y-1)^2 = 1$ <p><math>O(0,0)</math> مرکز دایره است. <math>(۰/۵)</math> شیب خطی که از <math>O</math> می‌گذرد و بر <math>y + x = 0</math> عمود است، باید ۱ باشد. <math>(۰/۵)</math></p> $y-1 = 1(x-0) \Rightarrow y = x+1$ <p>پس داریم: <math>(۰/۲۵)</math> <math>(۰/۲۵)</math></p>
۲	<p>دو دایره به معادله‌های زیر نسبت به هم چه وضعیتی دارند؟</p> $x^2 + y^2 = 4$ $x^2 + y^2 - 8x - 4y + 19 = 0$ <p><math>x^2 + y^2 = 4 \Rightarrow O(0,0), r=2 \quad (۰/۵)</math></p> $x^2 - 8x + 16 - 16 + y^2 - 4y + 4 - 4 + 19 = 0$ $\Rightarrow (x-4)^2 + (y-2)^2 = 1 \Rightarrow O'(4,2), r'=1 \quad (۰/۵)$ $OO' = \sqrt{(4-0)^2 + (2-0)^2} = \sqrt{20} \quad (۰/۵)$ $\Rightarrow OO' > r+r' \quad (۰/۵)$ <p>پس دو دایره متخارج هستند.</p>

پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		سوالات و راهنمای تصحیح درس: هندسه ۳
رشته: ریاضی فیزیک		نوبت اول ۱۴۰۲
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۲/۲۵	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن <math>O(0, 1)</math> بوده و بر دایره <math>x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3</math> مماس داخل باشد.</p> <p>اگر دو دایره مماس داخل باشند، باید <math>OO' =  r - r' </math> باشد.</p> $x^2 + y^2 - 4x - 6y = 3$ $\Rightarrow x^2 - 4x + 4 - 4 + y^2 - 6y + 9 - 9 = 3$ $\Rightarrow (x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16 \Rightarrow O'(2, 3), r' = 4 \quad (0/5)$ $OO' = \sqrt{(2-0)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2} \quad (0/25)$ $OO' =  r - r'  \Rightarrow 2\sqrt{2} =  r - 4 $ $\Rightarrow r - 4 = \pm 2\sqrt{2} \Rightarrow r = 2\sqrt{2} + 4 \text{ یا } r = -2\sqrt{2} + 4 \quad (0/5)$ $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = (2\sqrt{2} + 4)^2 \quad (0/25)$ $\Rightarrow x^2 + y^2 - 2y - 23 - 16\sqrt{2} = 0 \quad (0/25)$ $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = (-2\sqrt{2} + 4)^2 \quad (0/25)$ $\Rightarrow x^2 + y^2 - 2y - 23 + 16\sqrt{2} = 0 \quad (0/25)$	۱۰
۱	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که نقطه <math>O(-2, -1)</math> مرکز آن و <math>M(1, 1)</math> یک نقطه از آن باشد.</p> <p>فاصله مرکز دایره از یک نقطه روی آن، شعاع دایره است.</p> $MO = \sqrt{(1+2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13} \quad (0/25)$ $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 = 13 \Rightarrow x^2 + y^2 + 4x + 2y - 8 = 0 \quad (0/25)$	۱۱
۱/۵	<p>دایره <math>4x^2 + 8x + 4y^2 = 2</math> محورهای مختصات را در چند نقطه قطع می‌کند؟</p> <p>چون باید محورهای مختصات را قطع کند، پس یک بار <math>x = 0</math> و بار دیگر <math>y = 0</math> را قرار می‌دهیم.</p> $x = 0 \Rightarrow 4y^2 = 2 \Rightarrow y = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (0/5)$ $y = 0 \Rightarrow 4x^2 + 8x = 2 \quad (0/25)$ $\Rightarrow 4x^2 + 8x - 2 = 0 \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{96}}{8} \quad (0/5)$ <p>پس دایره، محورهای مختصات را در ۴ نقطه قطع می‌کند. (۰/۲۵)</p>	۱۲
۲۰	جمع نمرات	موفق باشید



۰۱۳-۴۲۵۵۵۲۱۴

Www. Rastaschool.com

لنگرود: بلسوار عبدالکریمی، روبه روی پلیس ۱۰+، دبیرستان غیر دولتی دخترانه